1.1 Moto rettilineo uniforme

Velocità media:

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Velocità istantanea:

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v(t)\cdot dt$$

Spostamento:

$$x(t) = x_0 + vt$$

Accelerazione nel moto rettilineo:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_i = \frac{d^2x}{dt^2}$$

1.2 Moto rettilineo unif. acc.:

Velocità: (considerando t0=0)

$$v(t) = v_0 + at \qquad t = \frac{v - v_0}{a}$$

Spostamento:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Velocità e spostamento eliminando il tempo:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$x = x_0 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

1.3 Moto verticale di un corpo

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad V_c = \sqrt{V_1^2 + 2gh}$$

$$V_c = \sqrt{2gh} \qquad x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

Velocità in funzione della posizione x dal suolo

$$v(x) = \pm\sqrt{v_0^2 - 2gx} \qquad \text{Con } V0 \neq 0$$

1.4 Moto armonico semplice:

Legge oraria:

$$x(t) = A\,sen(\omega t + \phi)$$

A = *ampiezza(m)*
ϕ = fase iniziale
ω = pulsazione rad/s = rad s^{-1}
$\omega t + \phi$ = fase del moto (arg. del seno : radianti)

Periodo $\quad$ *Pulsazione*

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Frequenza:n°di oscillazioni in 1 sec. $\quad$ *Fase iniziale*

$$\upsilon(ni) = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad tg\phi = \frac{\omega x_0}{v_0}$$

Velocità:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \phi)$$

Ampiezza

$$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}$$

Accelerazione

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega A sen(\omega t + \phi) = -\omega^2 x$$

Equazione differenziale

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Velocità in funzione della posizione

$$v^2(x) = v_0^2 + \omega^2(x_0^2 - x^2)$$

Con riferimento al centro, dove x0= 0 e v0 = ωA

$$v^2(x) = \omega^2(A^2 - x^2)$$

1.5 Moto rettilineo smorzato esponenzialmente

Accelerazione $\quad$ *eq. differenziale*

$$a = -kv \qquad \frac{dv}{dt} = -kv$$

K= costante di resistenza del mezzo

Velocità $\quad$ *Spostamento:*

$$v(t) = v_0 e^{-kt} \qquad x(t) = \frac{v_0}{k}(1 - e^{-kt})$$

Ponendo τ(costante di tempo) =1/K avremo

$$x(t) = v_0\tau(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$$

Velocità e accelerazione in funzione della posizione

$$\int_{x_0}^{x} a(x)dx = \frac{V^2}{2} - \frac{V_0^2}{2}$$

$$v(x) = v_0 - k(x - x_0)$$

Il punto si ferma nella posizione:

$$x - x_0 = \frac{v_0}{k}$$

2.1 Cinematica del punto nel piano

Velocità vettoriale

$$v = \frac{dr}{dt} \Rightarrow v = \frac{ds}{dt}\cdot\hat{u}T \quad = v\cdot\hat{u}T$$

Modulo della velocità:

$$v = \frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2}$$

Accelerazione:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \Rightarrow a = \frac{dv}{dt}\cdot\hat{u}T + v\frac{d\phi}{dt}\cdot\hat{u}N$$

Raggio della circonferenza osculatrice:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{ds}\cdot\frac{ds}{dt} = \frac{1}{R}v$$

Componenti dell'accelerazione:

$$a = \frac{dv}{dt}\hat{u}T + \frac{v^2}{R}\hat{u}N = a_T + a_N$$

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{v^4}{R^2}}$$

2.2 Moto circolare:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R}\cdot\frac{ds}{dt} = \frac{v}{R} \qquad v = \omega\cdot R$$

$$a = a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

Le 3 espressioni dell'accelerazione nel moto circolare uniforme

$$a_c = \omega v = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R$$

Vettore acc. centripeta

$$\vec{a}_c = \omega v\cdot\hat{u}_n$$

acc. tang. $\quad$ *acc.totale*

$$a_T = \frac{dv}{dt} \qquad a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + (\omega\cdot v)^2}$$

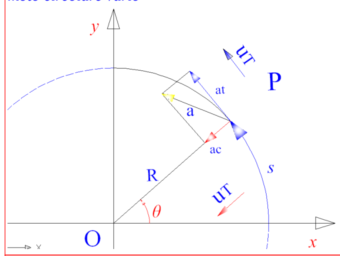
$$v(t) = V_0 + \int_0^t a_t dt \qquad \omega(t) = \omega_0 + \int_0^t \alpha\ dt$$

$$s(t) = S_0 + \int_0^t v_t dt \qquad \theta(t) = \theta_0 + \int_0^t \omega(t)\ dt$$

Accelerazione angolare

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{R}\frac{dv}{dt} = \frac{a_T}{R}$$

Rappresentazione grafica dell'accelerazione nel moto circolare vario



2.3 Moto parabolico

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \int_0^t a(t)\ dt = v_0 - gt\cdot\hat{u}_y$$

$$v_0 = v_0\cos\theta\cdot\hat{u}_x + v_0 sen\theta\cdot\hat{u}_y$$

$$v(t) = v_0\cos\theta\cdot u_x + (v_0 sen\theta - gt)\hat{u}_y$$

$$x = v_0\cos\theta t \quad , \quad y = v_0 sen\theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

Traiettoria

$$y(x) = x\cdot tg\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}\cdot x^2$$

$$x_G = \frac{2v_0^2\cos^2\theta\cdot tg\theta}{g} = \frac{2v_0^2\cos\theta\cdot sen\theta}{g} = 2x_M$$

Punto medio; altezza massima

$$x_M = \frac{v_0^2\cos\theta\cdot sen\theta}{g}, \quad y_M = \frac{v_0^2 sen^2\theta}{2g}$$

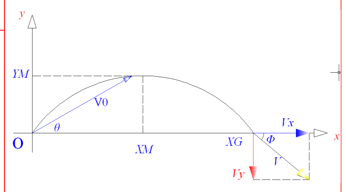
$$t_G = \frac{2x_M}{v_0\cos\theta} = \frac{2v_0 sen\theta}{g} = 2t_M$$

Φ:angolo che il vettore velocità forma con l'asse orizzontale

Raggio della circ. osculatrice nel punto di massima altezza:

$$R = \frac{V_0^2\cos^2\theta}{g}$$

Rappresentazione grafica del moto parabolico:



3.1 Le leggi di Newton:

1ªlegge (principio di inerzia): un corpo non soggetto a forze non subisce cambiamenti di velocità, ovvero resta in quiete se era in quiete (v=0), oppure si muove di moto rettilineo uniforme (v costante non nulla).

2ªlegge:

$$F = ma \qquad F = m\frac{dv}{dt} \qquad F = m\frac{d^2r}{dt^2}$$

(dove m è la massa inerziale del corpo ed r il vettore spostamento)

3ªlegge:(principio di azione e reazione):se un corpo A esercita una forza su un corpo B, il corpo B reagisce esercitando una forza sul corpo A, con la stessa direzione,lo stesso modulo e verso opposto.

3.2 Quantità di moto

La quantità di moto di un punto materiale è il vettore

$p = mv$; se la massa è costante la seconda legge di Newton diventa: $F = \frac{dp}{dt}$

Impulso: l'impulso di una forza è descritto come l' integrale definito tra 0 e t della funzione F(t)

$$J = \int_0^t Fdt = \int_{p_0}^{p} dp = p - p_0 = \Delta p$$

Con m costante si ha: $J = m(v - v_0) = m\Delta v$

Dalle formule precedenti possiamo ricavare la relazione tra la forza e variazione di velocità:

$$\Delta v = v - v_0 = \frac{Ft}{m}$$

Il valor medio della forza agente in un intervallo Δt è

$$F_m = \frac{\Delta p}{t}$$

Ricordiamo che : Una forza di 1 N provoca su un punto di massa di 1 kg un accelerazione di 1m/s² :

$$1N = \frac{1\,m}{s^2}$$

3.3 Risultante delle forze:

la risultante delle forze applicate ad un punto è:

$$R = F_1 + F_2 ... + F_n$$

$$R = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$$

Siccome la risultante è una forza:

$$\vec{R} = m\vec{a}$$

quindi l'accelerazione del punto è uguale a:

$$\vec{a} = \frac{\vec{R}}{m} \qquad \sum_{i=1}^{n}\frac{\vec{F}_i}{m} = \sum_i\vec{a}_i$$

(principio di indipendenza delle azioni simultanee)

Un punto materiale è in equilibrio quando

$$\vec{R} = 0$$

ovvero le tre componenti della forza

$$R_x = R_y = R_z = 0$$

ovvero

$$R_x = \sum_i F_{ix} = 0 \qquad R_y = \sum_i F_{iy} = 0$$

$$R_z = \sum_i F_{iz} = 0$$

Nel caso su un punto del piano agiscono tre forze l'equilibrio è dato da:

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0$$

3.4 Reazioni vincolari

La reazione vincolare a cui è soggetto un corpo da parte dell'ambiente esterno si esprime tramite una forza N, che è uguale e contraria alla forza di attrazione terrestre.

La condizione di equilibrio è R+N=0 .

Vincoli unilaterali

Un vincolo si dice unilaterale se si esplica da un solo lato (tavolo);

Vincoli bilaterali:

Un vincolo è bilaterale se si esplica in entrambi i lati (es: Tavolo magnetizzato, montagne russe)

Condizione di distacco di un corpo dalla superficie su cui poggia è $\vec{N} = 0$

3.5 Forza peso:

La forza peso è proporzionale alla massa e per la 2ªlegge di Newton è uguale a

$$P = mg$$

Un corpo poggiato su una piattaforma in grado di muoversi verticalmente ha

1) nel caso la piattaforma è ferma o si muove con velocità costante

$$N = P = mg$$

2)Nel caso la piattaforma accelera verso l'alto:

$$N = ma + mg$$

3)nel caso la piattaforma accelera verso il basso:

3.6 Forza di attrito statico:

La forza di attrito statico massima è uguale a

$$F_{as}\max = \mu_s N$$

μ_s = *coefficiente di attrito statico*

N = modulo della reazione vincolare

Un corpo a cui è applicata una forza parallela al piano di appoggio è

In quiete se: $F \le \mu_s N$

In moto se: $F > \mu_s N$

Un corpo a cui è applicata una forza è fermo se:

$$R + F + P = 0$$

Dove:

P = *Forza peso del corpo*

R = Reazione vincolare del piano formata da N ed F_{as}

$$N = mg \qquad F_{as} = F$$

Sul corpo oltre alla forza

$$N = mg\cos\theta$$

agisce una forza di attrito che in equilibrio statico è uguale a:

$-mg\ sen\theta$

Quindi la condizione di equilibrio statico è:

$$tg\ \theta \le \mu_s$$

Il corpo inizia a muoversi quando:

$$mg\ sen\theta - \mu_d mg\cos\theta = ma$$

Quindi l'accelerazione:

$$a = (sen\theta - \mu_d\cos\theta)g$$

In particolare si ha che il corpo si muove di moto uniforme se:

$$\mu_d = tg\theta\cdot a = 0$$

Se il corpo sta scendendo con velocità v0 esso si ferma se:

$$mg\ sen\theta < \mu_d mg\cos\theta \quad (tg\theta < \mu_d)$$

Il corpo si muove di moto uniformemente acc. se:

$$mg\ sen\theta > \mu_d mg\cos\theta \quad (tg\theta > \mu_d)$$

3.7 Forza di attrito dinamico:

La forza di attrito dinamico è uguale a

$$F_{ad} = \mu_d N$$

μ_d = coefficiente di attrito dinamico

Risulta sempre: $\mu_d < \mu_s$

Un corpo in movimento soggetto ad una forza F si muove con una forza (m·a):

$$ma = F - \mu_d N$$

3.8 Il piano inclinato:

un corpo poggiato su un piano inclinato è soggetto alla forza:

$$P + N = ma$$

somponendo lungo le direzioni ortogonale e parallela al piano inclinato si ottiene:

$$mg\cos\theta - N = 0 \qquad (P = N)$$

Il modulo della reazione vincolare è:

$$N = mg\cos\theta$$

la proiezione di P sul piano è

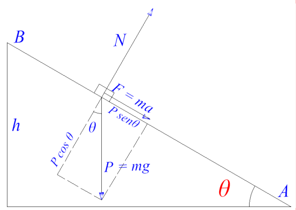
$$mg\ sen\theta = ma$$

Da cui l'accelerazione a cui è soggetto il corpo:

$$a = g\ sen\theta < g$$

Considerando l'attrito statico, il corpo è fermo se:

$$mg\ sen\theta \le \mu_s N = \mu s\cdot mg\cos\theta$$



3.9 Forza elastica

La forza elastica è uguale a:

$$F = -kx\,u_x$$

Il moto provocato dalla compressione o estensione della molla ha accelerazione:

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

Pulsazione: $\quad$ *Periodo:*

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

La forza sviluppate dalla molla in estensione è

$$F = -k(l - l_0) = -kx$$

La forza sviluppate dalla molla in compressione è:

$$F = -k(-l_0) = -k(-x) \quad \textit{(forza positiva)}$$

L'equazione del moto è:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

La legge oraria:

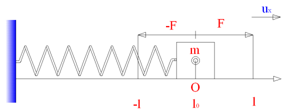
$$x = A\ sen(\omega t + \phi)$$

Spostamento: $\quad$ *Velocità:*

$$x = x_0\cos\omega t \qquad v = -\omega x_0\ sen\omega t$$

Ampiezza: $\quad$ *Fase iniziale:*

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \qquad tg\phi = \frac{\omega x_0}{v_0}$$



3.10 Pendolo semplice

La tensione a cui è sottoposto il filo in posizione di equilibrio (θ=0) è:

$$T_F = mg$$

La componente lungo la traiettoria è Rt:

$$R_T = -mg\ sen\theta = ma_T$$

Mentre la componente ortogonale alla traiettoria è:

$$R_n = T_F - mg\cos\theta = ma_N$$

Inoltre

$$a_T = L\alpha = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$a_N = \frac{v^2}{L} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}sen\theta$$

Per piccole oscillazioni 7-8° il moto del pendolo è un moto oscillatorio armonico e l'equazione differenziale è:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

La legge oraria del moto è:

$$\theta = \theta_0 sen(\omega t + \phi)$$

Dove:

θ_0 = ampiezza massima dell'oscillazione
ϕ = *fase iniziale*

Il Periodo T è indipendente dall'ampiezza (isocronismo delle piccole oscillazioni)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

La legge oraria dello spostamento lungo l'arco di circonferenza è data da:

$$s = L\theta = L\theta_0 sen(\omega t + \phi)$$

La velocità angolare è:

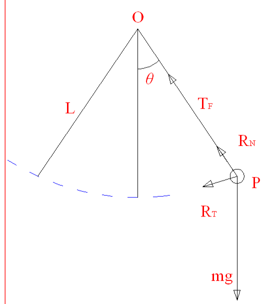
$$\frac{d\theta}{dt} = \omega\theta_0\cos(\omega t + \phi)$$

La velocità lineare:

$$v = \frac{ds}{st} = L\frac{d\theta}{dt} = L\omega\theta_0\cos(\omega t + \phi)$$

La tensione del filo è:

$$T_F = m\left[g\cos\theta(t) + \frac{v^2(t)}{L}\right]$$



4.1 Lavoro

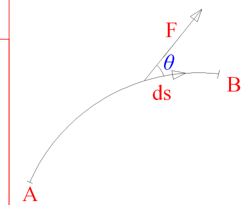
In fisica indichiamo il lavoro con W e con dW una piccola variazione del lavoro esercitato dalla forza F lungo lo spostamento ds

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{s} \rightarrow F\cdot ds\cdot\cos\theta = F_T ds$$

$$F\cos\theta = F_T$$

Usndo il simbolo di ointegrale il lavoro è:

$$W = \int_A^B F\cdot ds = \int_A^B F\cdot\cos\theta\ ds = \int_A^B F_T\cdot ds$$



Si distinguono 3 casi:

$\theta < \frac{\pi}{2}$ $\quad dw > 0$ $\quad$ lavoro motore

$\theta = \frac{\pi}{2}$ $\quad dw = 0$ $\quad$ lavoro assente

$\theta > \frac{\pi}{2}$ $\quad dw < 0$ $\quad$ lavoro resistente

4.2 Potenza:

Il lavoro per unità di tempo è chiamato potenza e si indica con "P"

$$P=\frac{dW}{dt}=F\cdot\frac{dr}{dt}=F\cdot v=F_T\cdot v$$

4.3 Energia cinetica:

Il lavoro è strettamente legato alla variazione dell'energia cinetica posseduta dal corpo:

$$W=\int_A^B mv\,dv=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=E_{k,B}-E_{k,A}=\Delta E_k$$

$$W=E_{k,B}-E_{k,A}$$

L' energia cinetica è quindi uguale a:

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

Ricordiamo che il lavoro è pari alla somma dei lavori delle singole forze agenti, ciascuno dei quali può essere positivo, negativo o nullo:

$$W=\int_A^B Fds=\int_A^B(F_1+\dots F_n)ds=$$

$$=\int_A^B F_1ds+\dots+\int_A^B F_nds=W_1+\dots+W_n$$

L' unità di misura del lavoro è il Joule (J)

$1\text{J}=1\text{N}\cdot 1\text{m}$

L' unità di misura della potenza è il watt (W)

$$1\text{W}=\frac{1\text{J}}{1\text{s}}=\left(\frac{N\cdot m}{s}\right)$$

4.4 Lavoro della forza peso:

Il lavoro della forza peso mg per uno spostamento dalla posizione A a quella B è:

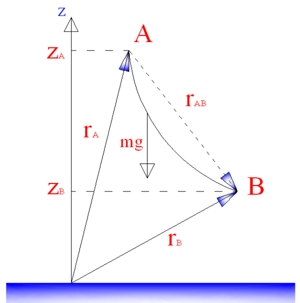
$$W=\int_A^B F\cdot ds=F\cdot\int_A^B ds=mg\cdot r_{AB}$$

Infatti F è costante e l'integrale vale $r_B-r_A=r_{AB}$ (differenza di vettori).

Il lavoro della forza peso quindi vale:

$$W=-(m\,g\,z_B-m\,g\,z_A)=-(E_{p,B}-E_{p,A})=-\Delta E_p$$

Dove: $E_p=mgz$ è una funzione della coordinata z del punto che scende lungo la traiettoria a causa della forza di gravità, Ep è detta energia potenziale



4.3 Lavoro di una forza costante

La trattazione fatta per la forza peso si estende per qualsiasi forza costante F, prendendo come asse z un asse parallelo e discorde a F, il lavoro di F tra 2 punti(le cui coordinate z sono ZA e ZB) vale:

$$W=-(F_{Z,B}-F_{Z,A})=-\Delta E_P$$

dove

$$E_P=F_z$$

Se invece si scegliesse l'asse z concorde a F, sarebbe sempre :

$W=-\Delta E_P$ *con* $E_P=-F_z$

4.2 Lavoro di una forza elastica

Il lavoro della forza elastica $F=-kx\text{u}_x$ lungo l'asse x è:

$$W=\int_A^B -kx\text{u}_x\cdot dx\text{u}_x=-k\int_A^B x\,dx=$$

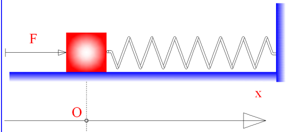
$$\Rightarrow W=\frac{1}{2}kx_A^2-\frac{1}{2}kx_B^2=-\Delta E_p$$

Dove:

$$E_P=\frac{1}{2}kx^2$$

è l'energia potenziale elastica

Se il punto si muove verso il centro della forza W>0 ; Ep diminuisce (lavoro motore)
Se il punto si allontana dal centro della forza W<0 ; Ep aumenta (lavoro resistente)



Il lavoro motore compiuto dalla forza F per uno spostamento x è semplicemente Fx.
Invece il lavoro resistente della forza elastica è:

$$W_{el}=-\Delta E_p=\frac{1}{2}kx_A^2-\frac{1}{2}kx_B^2=-\frac{1}{2}kx^2$$

Essendo XA=0 e XB=x

La velocità è:

$$v(x)=\sqrt{\frac{x}{m}(2F-kx)}$$

Il punto si ferma quando la sua velocità è nulla, cioè nell'origine,secondo il disegno cioè nella posizione:

$$x=\frac{2F}{k}$$

4.5 Lavoro di una forza di attrito radente

$$W=\int_A^B F_{ad}\cdot ds=\int_A^B-\mu_dN\text{u}_v\cdot ds=-\mu_dN\int_A^B ds$$

Dove l' integrale scalare

$$\int_A^B ds$$

è la lunghezza del percorso da A a B misurata lungo la traiettoria effettiva del punto materiale

Applicazioni dei teoremi del lavoro e dell'energia cinetica:

un punto di massa m che si muove in presenza di attrito su una superficie orizzontale impiegherà per fermarsi un tempo:

$$t=\frac{v_0}{\mu_d g}$$

Lo spazio percorso prima di fermarsi:

$$x=\frac{v_0^2}{2\mu_d gt^2}=\frac{1}{2}\mu_d gt^2$$

Accelerazione , velocità, spostamento.

$$a=-\mu_d g$$

$$v=v_0+at$$

$$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

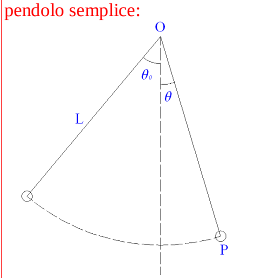
Massima compressione che può subire una molla:

$$x_0=v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Quando la molla passa nella posizione centrale la sua velocità è:

$$v_0=\frac{1}{2}m_0^2$$

Conservazione dell'energia/ pendolo semplice:



La velocità in funzione della posizione angolare è:

$$v=\sqrt{2gL(\cos\theta-\cos\theta_0)}$$

Nel punto più basso la velocità è massima e vale:

$$v=\sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)}$$

Se $\theta_0=\pi/2$

$$v_0=\sqrt{2gL}$$

La tensione del filo è:

$$T_F=mg(3\cos\theta-2\cos\theta_0)$$

Punto lanciato in un orbita circolare:

La velocità nei vari punti della guida si ricava con il principio di conservazione dell'energia meccanica ed è:

$$v=\sqrt{v_0^2-2gh}$$

Considerando h l'altezza rispetto alla base A

In B e in C

$$v_B=\sqrt{v_0^2-2gR}$$

$$v_C=\sqrt{v_0^2-4gR}$$

In A la reazione normale è massima ed è

$$N_A=m\frac{v_0^2}{R}+mg$$

$$N_B=m\frac{v_0^2}{R}-2mg$$

$$N_C=m\frac{v_0^2}{R}-5mg$$

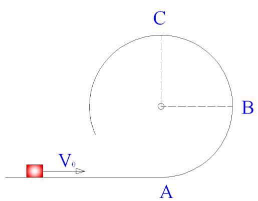
Affinché il punto sia sempre in contatto con la guida è necessario che:

$$v_{\min}=v_0=\sqrt{5gR}$$

Se V0 = V min si ha:

$v_B=\sqrt{3gR}$, $\text{N}_\text{B}=3mg$

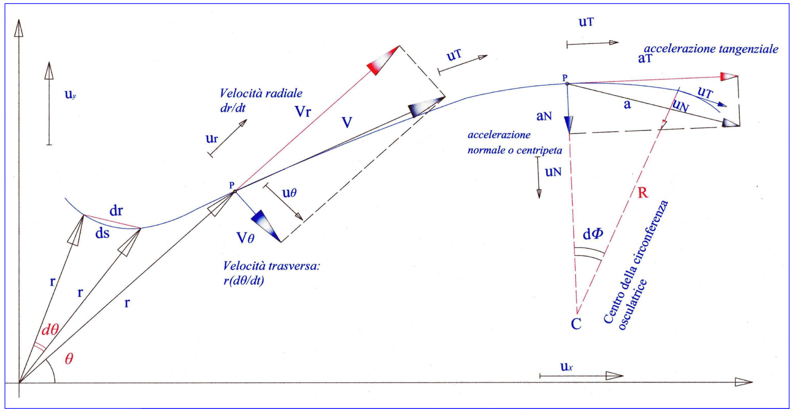
$$v_C=\sqrt{gR}$$



Non conservazione dell'energia:

Consideriamo un punto materiale che si trova sopra un piano inclinato non liscio ad una quota h e con velocità iniziale nulla:
la velocità finale del punto quando scende dal piano è:

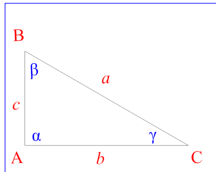
$$V_0=\sqrt{2gh\left(1-\frac{\mu_d}{tg\theta}\right)}$$



$sen(-x)=-senx$ $\cos(-x)=\cos x$ $tg(-x)=-tgx$
$sen\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=senx$ $tg\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=ctgx$
$sen\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-senx$ $tg\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-ctgx$
$sen(\pi-x)=senx$ $\cos(\pi-x)=-\cos x$ $tg(\pi-x)=-tgx$
$sen(\pi+x)=-senx$ $\cos(\pi+x)=-\cos x$ $tg(\pi+x)=tgx$

Derivate di funzioni:

$D:\text{costante}\,k\to 0$	$D:\arccos x\to-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$D:x^n\to nx^{n-1}$	$D:arctg\ x\to\frac{1}{1+x^2}$
$D:\sqrt{x}\to\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$D:\text{arccotg}\ x\to-\frac{1}{1+x^2}$
$D:\sqrt[n]{x^m}\to\frac{m}{n\sqrt[n]{x^{n-m}}}$	$D:a^x\to a^x\log_e a$
$D:sen\,x\to\cos x$	$D:e^x\to e^x$
$D:\cos x\to-senx$	$D:\log_a x\to\frac{1}{x}\log_a e$
$D:tgx\to\frac{1}{\cos^2 x}$	$D:\ln x\to\frac{1}{x}$
$D:\text{cotg}x\to-\frac{1}{sen^2x}$	$D:x^x\to x^x(\log x+1)$
$D:\text{arcsen x}\to\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$D:\text{arctg}\ f(x)\to\frac{1}{1+\left[f(x)^2\right]}\cdot f'(x)$
$D:[f(x)]^m\to m[f(x)]^{m-1}\cdot f'(x)$	$D:\text{arccotg}\ f(x)\to-\frac{1}{1+\left[f(x)^2\right]}\cdot f'(x)$
$D:\sqrt{f(x)}\to\frac{1}{2\sqrt{f(x)}}\cdot f'(x)$	$D:e^{f(x)}\to e^{f(x)}\cdot f'(x)$
$D:\sqrt[n]{[f(x)]^m}\to\frac{mf'(x)}{n\sqrt[n]{[f(x)]^{n-m}}}$	$D:\text{a}^{f(x)}\to a^{f(x)}\cdot f'(x)\cdot\log_a e$
$D:sen\ f(x)\to\cos\ f(x)\cdot f'(x)$	$D:\log\ f(x)\to\frac{1}{f(x)}\cdot f'(x)$
$D:\cos\ f(x)\to-senf(x)\cdot f'(x)$	$D:\log_\text{a}\ f(x)\to\frac{1}{f(x)}\cdot f'(x)\cdot\log_a e$
$D:tg\ f(x)\to\frac{1}{\cos^2 f(x)}\cdot f'(x)$	$D:\ [f(x)]^{g(x)}\to[f(x)]^{g(x)}\cdot$ $\left[g'(x)\log f(x)+g(x)\frac{f'(x)}{f(x)}\right]$
$D:\text{cotg}\ f(x)\to-\frac{1}{sen^2 f(x)}\cdot f'(x)$	$D:\ [f(g(x))]\to f'[g(x)]\cdot g'(x)$
$D:arcsen\ f(x)\to\frac{1}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}\cdot f'(x)$	$D:[f(x)\cdot g(x)]\to f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$
$D:\arccos\ f(x)\to-\frac{1}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}\cdot f'(x)$	$D:\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]\to\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$



$b=a\ sen\beta$	$c=a sen\ \gamma$
$c=a\ cos\beta$	$b=acos\gamma$
$b=c\ tg\beta$	$c=btg\gamma$
$c=b\ ctg\beta$	$b=ctg\gamma$

Formulario di Fisica
Dinamica del punto materiale
by www.giuseppechierchia.it